

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра математичних методів в економіці

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної роботи  
Пантелеймонов А.В.



2019 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**Теорія ймовірностей і математична статистика**

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський)

галузь знань \_\_\_\_\_ 05 Соціальні та поведінкові науки  
(шифр і назва)

спеціальність \_\_\_\_\_ 051 Економіка  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_ Економічна аналітика та статистика, Економіка та  
економічна політика  
(шифр і назва)

спеціалізація \_\_\_\_\_  
(шифр і назва)

вид дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова  
(обов'язкова / за вибором)

факультет \_\_\_\_\_ економічний

2019/ 2020 навчальний рік


Програму рекомендовано до затвердження вченою радою  
економічного факультету,  
протокол № 6 від «20» червня 2019 року

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Дьячкова О.В., доцент кафедри математичних методів в економіці

Програму схвалено на засіданні кафедри  
математичних методів в економіці,  
протокол № 12 від «18» червня 2019 року

Завідувач кафедри математичних методів в економіці



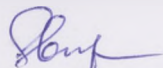
(підпис)

Когут Є.О.

(прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією  
економічного факультету,  
протокол № 10 від «19» червня 2019 року

Голова методичної комісії економічного факультету



(підпис)

Євтушенко В.А.

(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки перший (бакалаврський) (назва рівня вищої освіти, освітньо-кваліфікаційного рівня) спеціальностей (напрямів) 051 Економіка (ОП Економічна аналітика та статистика, Економіка та економічна політика)

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» є знайомство з основними поняттями теорії ймовірностей та математичної статистики та її застосування при обробці економічних даних та математичного моделювання в економіці.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» є можливість вивчення подальших курсів, які використовують математичний апарат теорії ймовірностей та математичної статистики (Теорія страхування, фінансова математика та інші).

1.3. Кількість кредитів – 5

1.4. Загальна кількість годин – 150

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	-й
Семестр	
3-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота, у тому числі	
86 год.	год.
Індивідуальні завдання	

#### 1.6. Заплановані результати навчання

Компетентності, якими повинен оволодіти здобувач:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- здатність пояснювати економічні та соціальні процеси і явища на основі теоретичних моделей, аналізувати отримані результати;
- здатність застосовувати математичні методи для вирішення економічних задач.

Програмні результати навчання:

- застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач;
- застосовувати набуті теоретичні знання для розв'язання практичних завдань та змістовно інтерпретувати отримані результати.

- 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### РОЗДІЛ 1. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

#### Тема 1. Елементи комбінаторики. Випадкові події. Ймовірність.

1. Ймовірнісний простір. Класифікація випадкових подій. Алгебра подій.
2. Класичне визначення ймовірності події.
3. Теореми додавання (сумісні і несумісні події).
4. Умовна ймовірність.
5. Незалежні події і теорема множення.
6. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.
7. Незалежні випробування. Розподіл Бернуллі.
8. Найімовірніше число появи події  $A$  в серії з  $n$  випробувань.
9. Розподіл Пуассона.

#### Тема 2. Дискретна випадкова величина

1. Основні поняття.
2. Закон розподілу дискретної випадкової величини.
3. Функція розподілу дискретної випадкової величини та її властивості.
4. Ймовірність влучення на інтервал.
5. Дії над дискретними випадковими величинами.
6. Математичне очікування дискретної випадкової величини і його властивості.
7. Дисперсія дискретної випадкової величини та її властивості

#### Тема 3. Неперервна випадкова величина

1. Основні поняття.
2. Щільність розподілу і її властивості.
3. Ймовірність влучення на інтервал.
4. Функція розподілу неперервної випадкової величини і її властивості.
5. Математичне сподівання неперервної випадкової величини і його властивості.
6. Дисперсія неперервної випадкової величини та її властивості.
7. Рівномірний розподіл. Математичне очікування і дисперсія рівномірно розподіленої випадкової величини.
8. Показниковий розподіл. Математичне очікування і дисперсія.
9. Нормальний закон розподілу. Математичне сподівання і дисперсія.
10. Ймовірність потраплення нормально розподіленої випадкової величини на заданий інтервал. Правило трьох сигм.

#### Тема 4. Коваріація

1. Коваріація двох випадкових величин і її властивості.
2. Коефіцієнт кореляції і його властивості.

#### Тема 5. Нерівність Чебишева та закон великих чисел

1. Нерівність Чебишева для дискретної випадкової величини.
2. Закон великих чисел.
3. Три слідства із закону великих чисел.

### РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

#### Тема 6. Дискретний та інтервальний варіаційні ряди і точечні оцінки

1. Вибірка з генеральної сукупності.
2. Дискретний та інтервальний варіаційні ряди. Перехід від одного до іншого.
3. Гістограма, полігон (багатокутник) частот.
4. Емпірична функція розподілу і її властивості.
5. Точечні оцінки параметрів розподілу та вимоги до них.
6. Оцінка математичного очікування і її властивості. Незміщеність, спроможність, ефективність.
7. Оцінка дисперсії, її властивості. Зміщеність. Виправлена дисперсія.

#### Тема 7. Метод максимуму правдоподібності і його застосування

1. Метод максимуму (найбільшого) правдоподібності.
2. Застосування методу максимуму правдоподібності у випадку вибірки з розподілу Бернуллі.



3. Застосування методу максимуму правдоподібності у випадку вибірки з розподілу Пуассона.
4. Застосування методу моментів у випадку вибірки з рівномірного розподілу.
5. Застосування методу максимуму правдоподібності у випадку вибірки з показникового розподілу.
6. Застосування методу максимуму правдоподібності у випадку вибірки з нормального закону розподілу.

**Тема 8. Критерій  $\chi^2$ - Пірсона**

**Тема 9. Регресія**

1. Лінійна регресія і метод найменших квадратів.
2. Емпіричний коефіцієнт кореляції, його властивості.
3. Квадратична регресія і метод найменших квадратів.

**Тема 10. Нерівність Рао-Крамера і ефективність точечних оцінок**

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	денна форма						заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
<b>РОЗДІЛ 1. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ</b>													
Тема 1. Елементи комбінаторики. Випадкові події. Ймовірність	16	4	4			8							
Тема 2. Дискретна випадкова величина	18	4	4			10							
Тема 3. Неперервна випадкова величина	18	4	4			10							
Тема 4. Коваріація	10	2	2			6							
Тема 5. Нерівність Чебишева та закон великих чисел	10	2	2			6							
<b>Разом за розділом 1</b>	<b>72</b>	<b>16</b>	<b>16</b>			<b>40</b>							
<b>РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА</b>													
Тема 6. Дискретний та інтервальний варіаційні ряди і точечні оцінки	18	4	4			10							
Тема 7. Метод максимуму правдоподібності і його застосування	18	4	4			10							
Тема 8. Критерій $\chi^2$ -Пірсона	18	4	4			10							
Тема 9. Кореляція і регресія	12	2	2			8							
Тема 10. Нерівність Рао-Крамера і ефективність точечних оцінок	12	2	2			8							
<b>Разом за розділом 2</b>	<b>78</b>	<b>16</b>	<b>16</b>			<b>46</b>							
<b>Усього годин</b>	<b>150</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>86</b>							

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Елементи комбінаторики. Випадкові події. Ймовірність	4
2.	Дискретна випадкова величина	4
3.	Неперервна випадкова величина	4
4.	Коваріація	2
5.	Нерівність Чебишева та закон великих чисел	2
	Контрольна робота	2
6.	Дискретний та інтервальний варіаційні ряди і точечні оцінки	2
7.	Метод максимуму правдоподібності і його застосування	2
8.	Критерій $\chi^2$ - Пірсона	4
9.	Кореляція і регресія	2
	Контрольна робота	2
10.	Нерівність Рао-Крамера і ефективність точечних оцінок	2
	Разом	32

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1.	Підготовка до лекцій	16
2.	Підготовка до поточних аудиторних занять (лекцій, практичних)	25
3.	Підготовка до всіх видів контрольних випробувань (самостійні та контрольні роботи, іспит)	20
3.	Консультації з викладачем	10
4.	Робота з літературою та електронними ресурсами	15
	Разом	86

#### 6. Індивідуальні завдання

##### 7. Методи контролю

1. Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання
  - a. контрольні роботи, передбачені навчальним планом – 30 балів;
  - b. поточні роботи – 20 балів;
  - c. домашня самостійна робота – 10 балів.
2. Екзамен.

#### 8. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання										Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1					Розділ 2								
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10				
30										30	60	40	100

T1, T2 ... T10 – теми розділів.

### Критерії оцінювання

#### Контрольні роботи (по 15 балів)

Контрольна робота складається з практичних завдань та виконується в аудиторії.

Оцінка	Критерії оцінювання
13–15	Завдання виконані в повному обсязі та без помилок. Студент демонструє глибоке володіння теоретичним матеріалом. Показує вміння користуватися навичками та різними прийомами рішення практичних завдань.
9–12	Зробив всі практичні завдання з окремими незначними помилками. Проявив знання та розуміння основних положень з навчальної дисципліни.
5–8	При виконанні завдань допущені суттєві помилки. Студент показує знання основних положень навчального матеріалу на рівні запам'ятовування, але не достатнього розуміння.
1–4	Завдання не виконані зовсім або при їх виконанні допущені грубі помилки.

#### Поточні роботи (20 балів)

Складається з практичних задач, які виконуються як в аудиторії, так і вдома, та перевіряються під час занять.

20-18	Студент виконав усі завдання, правильно обирає метод розв'язання задачі, володіє різнобічними вміннями, навичками та прийомами рішення завдань. Завдання виконано без помилок.
17-14	Студент виконав майже усі завдання, правильно застосовує теоретичні знання та положення при рішенні практичної задачі, володіє необхідними вміннями та навичками роботи виконання. Виконав завдання з окремими незначними помилками.
13-7	Студент при розв'язанні задач допустив значні помилки, не виконав деякі завдання. Не досить вільно володіє вміннями та навичками розв'язання задач.
6-0	Студент не уміє застосовувати знання на практиці. Не вирішив завдання взагалі або невпевнено, з великими ускладненнями вирішує завдання та допустив грубих помилок.

#### Домашня самостійна робота (10 балів)

Складається з двох практичних задач, які виконуються вдома та здаються на перевірку у визначений термін.

8-10	Студент правильно обирає метод розв'язання задачі, володіє різнобічними вміннями, навичками та прийомами рішення завдань. Завдання виконане без помилок, але не достатнім пояснення окремих моментів ходу розв'язку.
5–7	Студент правильно застосовує теоретичні знання та положення при рішенні практичної задачі, володіє необхідними вміннями та навичками роботи виконання. Виконав завдання з окремими незначними помилками.
3–4	Студент при розв'язанні практичної задачі допустив значну помилку. Не досить вільно володіє вміннями та навичками розв'язання задач.
0–2	Студенту не уміє застосовувати знання на практиці. Не вирішив завдання взагалі або невпевнено, з великими ускладненнями вирішує завдання та допустив грубих помилок.

#### Екзамен (40 балів)

Умови завдань переписуються, відповіді на питання записуються в довільному порядку.  
Результати складання іспиту оцінюються за **сорокабальною** шкалою:



**35–40 балів** оцінюється робота студента, який глибоко та міцно засвоїв програму дисципліни. Вичерпно, послідовно, грамотно, логічно виклав теоретичний матеріал і вирішив правильно всі практичні завдання.

**25–34 балів** оцінюється робота студента, який твердо знає програмний матеріал, грамотно та по суті викладає його, не допускає значних помилок у відповідях на теоретичні питання та при розв'язанні практичних завдань.

**10–24 балів** оцінюється робота студента, який має знання тільки основного матеріалу, але не засвоїв деталей, допускає неточності у викладенні теоретичного матеріалу та при рішенні практичних завдань, але при цьому є вірна послідовність всіх кроків вирішення завдання.

**1–9 балів** оцінюється робота студента, який не знає значну частину матеріалу, допускає грубі, суттєві помилки у відповіді на теоретичні питання та при розв'язанні практичних завдань.

Виконана екзаменаційна робота оцінюється за чотирибальною системою – «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно».

#### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90–100	відмінно	зараховано
70–89	добре	
50–69	задовільно	
1–49	незадовільно	не зараховано

### 9. Рекомендоване методичне забезпечення

#### Базова література

1. Янцевич А. А., Дьячкова О. В. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посібник : у 2-х ч. Ч. 1. Теорія ймовірностей / А. А. Янцевич, О. В. Дьячкова. — Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. — 212 с.
2. Янцевич А. А., Дьячкова О. В. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посібник : у 2-х ч. Ч. 2. Математична статистика / А. А. Янцевич, О. В. Дьячкова. — Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. — 152 с.
3. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для студ. вузов, обуч. по экон. специальностям / Н. Ш. Кремер. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Юнити-Дана, 2012. — 551 с.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. — М. : ЮРАЙТ, 2013.

#### Допоміжна література

5. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посіб. / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. — 5-те вид., випр. та доп. — К. : Центр учбової літератури, 2016.
6. Валєєв К. Г. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посібник / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. — К. : КНЕУ, 2009. — 342 с.
7. Бобик О. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник / О. І. Бобик, Г. І. Берегова, Б. І. Копитко. — К. : ВД «Професіонал», 2007.
8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и математическая статистика. Учебное пособие / В. Е. Гмурман В.Е.. — М: Высшая школа – 1999.
9. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : у 2 ч. Ч. І. Теорія ймовірностей / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. — К. : КНЕУ, 2000.



**35–40 балів** оцінюється робота студента, який глибоко та міцно засвоїв програму дисципліни. Вичерпно, послідовно, грамотно, логічно виклав теоретичний матеріал і вирішив правильно всі практичні завдання.

**25–34 балів** оцінюється робота студента, який твердо знає програмний матеріал, грамотно та по суті викладає його, не допускає значних помилок у відповідях на теоретичні питання та при розв'язанні практичних завдань.

**10–24 балів** оцінюється робота студента, який має знання тільки основного матеріалу, але не засвоїв деталей, допускає неточності у викладенні теоретичного матеріалу та при рішенні практичних завдань, але при цьому є вірна послідовність всіх кроків вирішення завдання.

**1–9 балів** оцінюється робота студента, який не знає значну частину матеріалу, допускає грубі, суттєві помилки у відповіді на теоретичні питання та при розв'язанні практичних завдань.

Виконана екзаменаційна робота оцінюється за чотирибальною системою – «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно».

#### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90–100	відмінно	зараховано
70–89	добре	
50–69	задовільно	
1–49	незадовільно	не зараховано

### 9. Рекомендоване методичне забезпечення

#### Базова література

1. Янцевич А. А., Дьячкова О. В. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посібник : у 2-х ч. Ч. 1. Теорія ймовірностей / А. А. Янцевич, О. В. Дьячкова. — Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. — 212 с.
2. Янцевич А. А., Дьячкова О. В. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посібник : у 2-х ч. Ч. 2. Математична статистика / А. А. Янцевич, О. В. Дьячкова. — Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. — 152 с.
3. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для студ. вузов, обуч. по экон. специальностям / Н. Ш. Кремер. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Юнити-Дана, 2012. – 551 с.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : ЮРАЙТ, 2013.

#### Допоміжна література

5. Барковський В. В. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посіб. / В. В. Барковський, Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. – 5-те вид., випр. та доп. – К. : Центр учбової літератури, 2016.
6. Валєєв К. Г. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посібник / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – К. : КНЕУ, 2009. – 342 с.
7. Бобик О. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : підручник / О. І. Бобик, Г. І. Берегова, Б. І. Копитко. – К. : ВД «Професіонал», 2007.
8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и математическая статистика. Учебное пособие / В. Е. Гмурман В.Е.. – М: Высшая школа – 1999.
9. Жлуктенко В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : у 2 ч. Ч. І. Теорія ймовірностей / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. – К. : КНЕУ, 2000.

10. Михайленко С. В. Теория вероятностей и математическая статистика : пособие для самостоят. изучения дисциплины / С. В. Михайленко, Е. В. Свищева, А. А. Янцевич ; Нар. укр. акад. – Изд. 2-е, испр. – Х. : Изд-во НУА, 2010. – 215 с.
11. Колемаев В. А. Теория вероятностей и математическая статистика / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина. – М. : Юнити-Дана, 2012.

#### **10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відеолекції, інше методичне забезпечення**

Електронний конспект лекцій, завдання для самостійного поглибленого вивчення, перелік екзаменаційних питань, приклад екзаменаційного білета викладені для доступу студентів на диску Google та у системі Google Classroom. Застосовуються мультимедійні презентації з викладенням лекційного матеріалу; мобільні пристрої студентів та тестові онлайн-системи для бліц-контролю на лекціях.